DE WISKUNDE DER INDIËRS.

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING VAN HET

HOOGLEERAARSAMBT AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT
TE GRONINGEN

Op Maandag 19 Mei 1884

DOOR

Dr. F. DE BOER.

LEIDEN. — E. J. BRILL.
1884.

DE WISKUNDE DER INDIËRS.

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING VAN HET

HOOGLEERAARSABMT AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT
TE GRONINGEN

Op Maandag 19 Mei 1884

DOOR

Dr. F. DE BOER.

LEIDEN. — E. J. BRILL.
1884.

EDELGROOTACHTBARE HEEREN CURATOREN,
HOOGGELEERDE HEEREN RECTOR EN HOOGLEERAREN,
WELEDELE HEEREN STUDENTEN AAN DEZE UNIVERSITEIT, EN GIJ ALLEN, DIE DEZE PLECHTIGHEID MET UWE TEGENWOORDIGHEID VEREERT,

ZEER GEWENSCHTE TOEHOORDERS!

Zal de Wiskunde den naam Scientiarum Genetrix, die haar wel eens gegeven wordt, verdienen, dan moet zij de oudste van alle wetenschappen zijn. En werkelijk moet reeds, zoodra de menschheid zich iets boven den natuurstaat verhief, de behoefte zijn ontstaan, aan eene, zij het ook nog zoo primitieve rekenkunst, en vrij spoedig moeten de eerste beginselen van eene meetkunst gevolgd zijn. De vraag, bij welk volk de Wiskunde in den algemeensten zin is ontstaan, is dan ook niet moeielijk te beantwoorden: overal waar zich een middelpunt van beschaving heeft gevormd. Moeilijker en van meer belang wordt de vraag, wanneer men de reken- en meetkunst, die voor de practische behoeften van een op lagen trap van beschaving staand volk voldoende waren, buiten beschouwing laat, en zich afvraagt: waar zijn de verschillende takken der Wiskunde het eerst op eene meer wetenschappelijke wijze, het zij om haars zelfs wille, het zij als hulpvak voor andere wetenschappen, meer in het bijzonder voor de sterrekunde, beoefend. Wanneer wij het antwoord op die vraag willen zoeken, hebben wij in de eerste plaats na te gaan, welke volken der oudheid, en welke buiten-Europeesche volken van lateren tijd op wetenschappelijke wiskundige studiën hebben te wijzen; en dan treffen wij voornamelijk drie volken aan, die op dat gebied iets noemenswaards hebben tot stand gebracht namelijk de Grieken, de Arabieren en de Indiërs. Wat de Chineezen hebben overgeleverd, is voor zoover het iets beteekent, blijkbaar van Indischen oorsprong, en de Egyptenaren schijnen het niet verder gebracht te hebben dan tot eene practische reken- en meetkunst voor hunne behoeften toereikend.

Aan de Grieken komt ongetwijfeld de eer toe de wetenschappelijke Meetkunde te hebben geschapen en tot eene bewonderenswaardige hoogte te hebben gebracht. Ook de Algebra en Rekenkunde is door hen beoefend, maar met veel minder succes. De Indiërs daarentegen dwingen ons bewondering af, door hetgeen zij op het gebied van Rekenkunde en Algebra hebben tot stand gebracht, terwijl eene Meetkunde, om zoo te zeggen, bij hen niet bestaat. De Arabieren eindelijk hebben de beide hoofdtakken der Wiskunde beoefend, maar zijn in beide ver beneden hunne voorgangers gebleven; hunne verdienste is, dat zij Europa met de Grieksche en Indische wiskunde hebben bekend gemaakt; zij hebben bewaard en overgebracht, niet ontwikkeld of voortgebracht.

De rol door Grieken en Arabieren op het tooneel der Wiskunde vervuld, is in hoofdtrekken van tamelijk algemeene bekendheid; minder is dit met die der Hindu's het geval. Het zij mij daarom vergund bij deze gelegenheid over de Indische Wiskunde te spreken; dit kwam mij, bij de schier uitsluitend Algebraïsche richting der Hindu's te meer gepast voor, daar mij hier het meer Algebraïsche gedeelte der Wiskunde is toevertrouwd.

De bronnen, waaruit wij onze kennis van de Wiskunde der Hindu's te putten hebben, zijn weinig talrijk en betrekkelijk van jonge dagteekening. Er bestaan, tamelijk volledig bewaard, eenige groote Astronomische leerboeken, zooals men ze zou kunnen noemen, bevattende meer of minder uitvoerig een overzicht van de Rekenkunde en van de Algebra. De belangrijkste zijn de *Siddhânta-s'iromani* van BHÂSKARA, de *Brahma Siddhânta* van BRAHMEGUPTA en de *Âryabhatîya* van ÂRYABHATA. De inleiding van eerstgenoemd werk bevat de *Lîlâvatî* of Rekenkunde en de *Vîja ganita* of Algebra. In BRAHMAGUPTA's werk is het twaalfde hoofdstuk de *Ganitâ dhyâya* of Rekenkunde en het achttiende de *Kuttakâ dhyâya* of Algebra. In de *Âryabhatîya* handelt het tweede van de vier deelen, waaruit het boek bestaat, over de Rekenkunde, waaronder tevens de Algebra begrepen is; ÂRYABHATA maakt nog niet de scherpe onderscheiding tusschen die beide vakken, welke door de latere schrijvers wordt in acht genomen. Het werk van BHÂSKARA is geschreven in 1050 ongeveer, dat van BRAHMAGUPTA op het einde van de zesde of in het begin van de zevende eeuw, en ÂRYABHATA schreef zijn werk in 499 op 23-jarigen leeftijd. Op al deze werken bestaan verscheidene commentaren, die vele aanhalingen bevatten uit andere schrijvers, behalve de reeds genoemde uit S'RÎDHARA en PADMANÂBHA, wier leeftijd tusschen die van BRAHMAGUPTA en die van BHÂSKARA valt. Van de wiskundige hoofdstukken van BHÂSKARA en van BRAHMAGUPTA bestaat eene uitstekende

Engelsche vertaling van Colebrooke. Het werk van Âryabhaṭa is door onzen landgenoot Kern uitgegeven, en het hoofdstuk over Rekenkunde is door Rodet in het Fransch vertaald. Van de commentaren zijn slechts gedeelte in de vertaling van Colebrooke opgenomen.

Vergelijkt men het werk van Bhâskara met dat van Brahmagupta, en vooral met dat van Âryabhaṭa, dan is de eerste indruk, dat er in de tusschen hen verloopen eeuwen vrij wat aan de wetenschap is toegevoegd; de omvang der werken neemt met den tijd zeer sterk toe, maar bij nader inzien blijkt, dat het onderscheid toch niet zoo groot is. Ofschoon Âryabhaṭa niet alles behandelt, wat bij Brahmagupta voorkomt, moet men toch al spoedig tot het besluit komen, dat hij het zeer goed had kunnen doen, maar dat hij zich bepaalt tot wat voor zijne Astronomie strikt noodig is. Het verschil in omvang is voornamelijk daaraan toe te schrijven, dat Brahmagupta vrij wat vraagstukken ter opheldering en toepassing geeft, en Âryabhaṭa geen enkel. Brahmagupta is compilator, telkens beroept hij zich op de ouden, waarvan hij echter alleen Âryabhaṭa met name noemt. Het eenige oorspronkelijke, dat zijn werk bevat schijnt daarin te bestaan, dat hij een der fraaiste oplossingen van zijne voorgangers afkeurt, en er iets van veel minder gehalte voor in de plaats zet.

Bhâskara, die vijfhonderd jaar na Brahmagupta en zeshonderd na Âryabhaṭa leefde, geeft als doel van zijn schrijven op, den uitvoerigen inhoud van de werken zijner voorgangers in een beknopt bestek bijeen te brengen, eene verklaring, die in zonderlinge tegenspraak is met de betrekkelijke uitvoerigheid van zijn eigen werk en de buitengewone gedrongenheid van die zelfde voorgangers. Werkelijk heeft hij eene heldere uiteenzetting gegeven van hetgeen in zijn tijd op het gebied van Rekenkunde en Algebra bekend was, en dat in hoofdzaak hetzelfde is, dat bij BRAHMAGUPTA voorkomt; er komen echter bij hem ook wel dingen voor, die bij de oudere ons bekende schrijvers nog niet te vinden zijn, en daartoe behoort het fraaiste, dat de Indische Algebra heeft opgeleverd. De meerdere duidelijkheid van BHÂSKARA boven BRAHMAGUPTA is voor een deel te danken aan de omstandigheid, dat BRAHMAGUPTA even als al de oudere schrijvers geheel in verzen schreef, en BHÂSKARA slechts voor een klein gedeelte, maar gedeeltelijk ook daaraan, dat BHÂSKARA persoonlijk blijkbaar veel hooger stond; hij toont een buitengewoon helder inzicht in de zaken, die hij behandelt, en eene hooge mate van scherpzinnigheid bij de oplossing van zijne vraagstukken.

Wat die vraagstukken betreft, is er een groot onderscheid tusschen BRAHMAGUPTA en BHÂSKARA. De eerste ontleent zijne voorbeelden bijna uitsluitend aan de sterrekunde, de laatste geeft slechts één zulk een vraagstuk, terwijl al de andere getallenopgaven zijn of aan het dagelijksch leven ontleend.

Enkele kleinigheden wijst BHÂSKARA uitdrukkelijk als zijn eigen werk aan, en hieruit schijnt men te mogen opmaken, dat wat zijn werk overigens aan nieuws bevat, aan zijne voorgangers, waarschijnlijk aan S'RÎDHARA of PADMANÂBHA te danken is. Van S'RÎDHARA's werk is een gedeelte bewaard gebleven, maar, volgens het getuigenis van COLEBROOKE, maakt dat, al evenmin als dat van BRAHMAGUPTA, den indruk het werk te zijn van iemand die in staat zou wezen de wetenschap met schitterende ontdekkingen te verrijken.

Al de Indische schrijvers geven de regels zonder eenig bewijs. Alleen BHÂSKARA maakt daarop enkele uitzonderingen. In de commentaren treft men gewoonlijk bewijzen voor de opgegeven regels aan. Het schijnt, dat de werken zelve bestemd waren om als leiddraad bij het mondeling onderwijs te dienen, terwijl de commentaren ten doel hadden ze voor zelfonderricht geschikt te maken.

Ook ÂRYABHAṬA staat blijkbaar veel hooger dan BRAHMAGUPTA. Reeds op 23-jarigen leeftijd treedt hij als ontwerper van een nieuw astronomisch stelsel op, en als zoodanig is zijn naam in eenigzins verminkten, maar zeer goed herkenbaren vorm, door de Arabieren tot ons gekomen. Hij leerde onder anderen de aswenteling der Aarde en kende haar eene grootte toe, niet zoo heel ver van de ware grootte afwijkende. Alles wijst er op, dat misschien voor, maar waarschijnlijk met hem de Wiskunde der Hindus het toppunt van haar bloei heeft bereikt. Zijn leeftijd valt in de periode, waarin het geestesleven van zijne landgenooten in alle opzichten nagenoeg het hoogste staat, en spoedig daarna vertoonen zich reeds de kenmerken van naderend verval. In BHÂSKARA zien wij vermoedelijk eene laatste opflikkering van het nog slechts voortsmeulende vuur, dat eenmaal zulk een helder licht verspreide.

Uit het gezegde volgt, dat de inhoud van BHÂSKARA's werk ons een trouw beeld geeft van de Indische Rekenkunde en Algebra; het zij mij vergund, U iets naders omtrent dien inhoud mede te deelen. De titel van zijne Rekenkunde, *Lîlâvatî* is de naam eener vrouw, die hij in het werk zelf telkens aanspreekt. Het is niet uit te maken of er eene werkelijke vrouw mede bedoeld wordt, voor wie hij zijn onderricht in de eerste plaats bestemt, dan wel eene persoonsverbeelding van de Rekenkunde zelve. Voor het eerste zou pleiten, dat hij alleen in de gemakkelijkere gedeelten haar toespreekt, terwijl hij zich later bij de koopmansberekeningen somtijds tot den koopman, en bij de moeielijke vraagstukken tot den Mathematicus richt; het ontbreekt echter ook niet aan plaatsen, die voor het laatstgenoemde gevoelen pleiten.

Het werk bestaat uit dertien hoofdstukken, waarvan het eerste de verdeeling van het geld, van de maten en van de gewichten bevat. Het tweede begint met eene aanroeping van den God Ganes'a, waarop volgt eene korte beschrijving van het tientallig stelsel van tellen en van de Indische schrijfwijze der getallen, welke, zoo als wij weten, met de onze geheel overeenkomt. Hier worden de namen genoemd van de achtereenvolgende termen van de schaal van het tientallig stelsel tot honderdduizend billioen toe: voor die alle heeft het Sanscriet afzonderlijke woorden, maar enkele daarvan zijn samengesteld, en er bestaat ook eenig verschil tusschen die namen bij verschillende schrijvers. Hierna komen de regels voor de vier hoofdbewerkingen, in hoofdzaak overeenkomende met de bestaande, de verheffing tot de tweede en derde macht met behulp van de bekende formule van het binomium, en de tweede- en derde-machtsworteltrekking, de eerste, zoo als zij nu nog, en de laatste, zoo als zij tot voor weinige jaren geleerd werd. Ieder van die bewerkingen wordt door een voorbeeld in getallen opgehelderd, b. v. na de regels voor de vermenigvuldiging en deeling heet het: »Schoone en dierbare *Lîlâvati*, wier oogen zijn als de oogen van een reekalf, zeg mij wat is het product van honderd vijf en dertig en twaalf, indien gij bedreven zijt in het vermenigvuldigen, hetzij door verdeeling, hetzij door scheiding van de cijfers, en zeg mij, vernuftig meisje, wat is het quotient, als men het product deelt door den vermenigvuldiger."

Nu volgen de bewerkingen met breuken. Bij het gelijknamig maken van breuken geeft hij als gemeenschappelijken noemer het product der noemers, maar merkt op, dat een schrander rekenaar die door een gemeenschappelijken factor kan deelen. Eindelijk vindt men in dit hoofdstuk nog de bewerkingen met nul beschreven. Hier wordt gezegd, dat men het product van een getal met nul niet gelijk aan nul moet stellen, zoolang het nog mogelijk is, dat door latere deeling door nul, die factor weer wegvalt.

Het derde hoofdstuk bevat verschillende regels, waarvan sommige beter in de Algebra thuis behooren, en dan ook in zijn hoofdstuk over de Algebra weer voorkomen. Men vindt hier de regel van de omkeering der bewerkingen, de regula falsi, de regel om twee getallen te vinden, wier som en verschil, of ook wier verschil met het verschil hunner kwadraten gegeven is, de regel van drieën, van vijven enz.; maar ook onder andere een regel voor de berekening van den wortel der algemeene tweedemachtsvergelijking.

Het vierde hoofdstuk bevat de mengingrekening, waaronder ook sommige vraagstukken over interest gerekend worden n. l. die, waarbij interest en kapitaal te zamen gevraagd worden, en andere vraagstukken die wij er niet toe zoude rekenen, b. v. dit: Vier juweliers respectievelijk bezittende 8 robijnen, 10 saphiren, 100 paarlen en 5 diamanten ontmoeten elkander, en geven bij wijze van beleefdheid ieder een van zijne steenen aan ieder der anderen, waarna zij allen even rijk zijn. Zeg mij, vriend, de prijs van elk dier edelgesteenten. Het vraagstuk is onbepaald, alleen de verhouding der prijzen kan er uit opgemaakt worden. In hetzelfde hoofdstuk vinden ook de permutatiën en combinatiën gedeeltelijk eene plaats. De oorzaak, dat dit onderwerp bij de mengingrekening behandeld wordt is waarschijnlijk, dat het wordt toegepast op de vraag hoeveel verschillende mengsels men kan maken, met een bepaald aantal met name genoemde geneesmiddelen.

Het vijfde hoofdstuk handelt over rekenkunstige en meetkunstige reeksen. Het blijkt uit de gegeven voorbeelden, dat de schrijver dit onderwerp, voor zoo ver het zonder logarithmen geschieden kan, volledig wist te behandelen. Ook de berekening der driehoekige getallen en der drie- en vierhoekige pyramidaalgetallen wordt hier geleerd, en toegepast op de berekening van kogelstapels.

De vier nu volgende hoofdstukken bevatten de geheele Meetkunde der Indiërs. Zij wordt er terecht behandeld als een onderdeel der Rekenkunde. Het is eene verzameling van rekensommen die zich van andere rekensommen alleen daardoor onderscheiden, dat zij betrekking hebben op lengten van lijnen en inhouden van vlakke figuren en lichamen. Van eigenschappen die op de onderlinge ligging der deelen eener figuur betrekking hebben geen spoor. Zelfs van gelijkvormigheid van driehoeken komt niets voor, tenzij men daartoe zou willen rekenen de evenredigheden, die ontstaan, als in een driehoek eene lijn evenwijdig van eene der zijden getrokken wordt. Die evenredigheden worden gebruikt bij de berekeningen als iets dat van zelf spreekt.

Brahmagupta's geschrift, als ik voor een oogenblik Bhâskara mag verlaten, wemelt in dit gedeelte van onjuistheden. Zijne geheele meetkundige kennis is in weinig woorden mede te deelen. De inhoud van een vierhoek is volgens hem bij benadering gelijk aan het product der halve sommen van de overstaande zijden. Nauwkeurig is die inhoud gelijk aan den wortel uit het product van vier factoren, die men bekomt door de halve som der zijden beurtelings met ieder van die zijden te verminderen. Deze regel is zooals wij weten alleen waar voor een zoogenaamden koordenvierhoek, dat is een vierhoek, waarom een cirkel beschreven kan worden. Ook allerlei andere regels voor de berekening van lijnen in den vierhoek geeft hij, die alleen bij die soort van vierhoeken gelden, onder anderen het bekende theorema van PTOLOMAEUS. Overal blijkt hij in de overtuiging te leven, dat een vierhoek door zijne vier zijden bepaald is, en zijn commentatoren ontdekken die fout, die zeer zeker ook wel bij zijne voorgangers voorkomt, niet. De oorzaak hiervan is, dat allen werken met vierhoeken samengesteld uit rechthoekige driehoeken, wier zijden in bekende rationeele getallen zijn uitgedrukt, en bij de wijze, waarop zij die aan elkaar voegen, ontstaan steeds koordenvierhoeken. Met die vierhoeken in getallen worden dan allerlei combinatien beproefd, en zoodoende empirische regels vastgesteld. De driehoek wordt beschouwd als een vierhoek waarvan eene zijde gelijk aan nul is. Het theorema van PYTHAGORAS is hem bekend, en (hier is de Hindu weer in zijn element) velerlei regels worden er gegeven, om rationeele getallen te vinden voor de drie zijden. Het verdient nog opmerking, dat hij nooit spreekt van de drie zijden van een rechthoekigen driehoek, maar steeds van de twee zijden en de diagonaal van een rechthoek. Voor de verhouding van de middellijn tot den omtrek des cirkels geeft BRAHMAGUPTA als benaderde waarde 1 : 3 en als juiste waarde $1 : \sqrt{10}$. Van de stereometrische figuren kent hij de inhoudsformule voor het prisma en de pyramide en eene ruwe benadering voor die van de obelisk.

De groote ÂRYABHAṬA is in de Meetkunde al even klein. Hij heeft geen van de fouten van BRAHMAGUPTA, maar wel andere. Hij geeft volkomen goed de formule voor den inhoud van een trapezium, en leert, dat men om die van andere figuren te vinden ze in trapeziums kan verdeelen.

Verder geeft hij voor de verhouding van de middellijn tot den omtrek des cirkels 1250 : 3927 wat tot in vier decimalen nauwkeurig is, veel nauwkeuriger dan de verhouding die BRAHMAGUPTA geeft, maar hij beweert dat de inhoud van eene pyramide gelijk is aan het grondvlak vermenigvuldigd met de halve hoogte, en dat, terwijl hij perfeckt goed pyramidale kogelstapels berekenen kan. En voor den inhoud van den bol geeft hij ook eene formule, die zelfs niet eens eene ruwe benadering heeten mag.

In de meetkunde is BHÂSKARA zijne voorgangers heel wat vooruit. Bij hem is de Grieksche invloed niet te miskennen. Het spreekt van zelf, dat in zijn tijd de Indiërs alle gelegenheid hadden gehad om met de Grieksche Wiskunde kennis te maken, maar tevens, dat zij er niet veel mêe konden aanvangen. Eene eigenschap, die niet voor eene of andere berekening van dienst kon zijn, liet hen volkomen koud, en het bewijzen van allerlei dingen, die men dadelijk op het oog kan zien, moest hen al iets heel overtolligs toeschijnen. Dit neemt echter niet weg, dat zij aan de Grieken enkele dingen konden ontleenen, die zij bij hunne eigenaardige opvatting der Meetkunde konden gebruiken, en daartoe is zeker te rekenen de regels voor het oppervlak en den inhoud van den bol, die dan ook bij BHÂSKARA voorkomen. Bovendien geeft hij de Archime dische verhouding 7 : 22 voor middellijn en omtrek van den cirkel en bovendien de zelfde die ook bij ÂRYABHAṬA en overigens alleen nog bij enkele Arabische schrijvers voorkomt. Het blijkt uit de commentaren op BHÂSKARA, dat deze verhouding op dezelfde wijze als die van ARCHIMEDES gevonden is.

BHÂSKARA heeft ook opgemerkt dat BRAHMAGUPTA en zijn voorgangers dwalen, als zij meenen, dat een vierhoek door zijne vier zijden bepaald is, waardoor al de in die onderstelling afgeleide regels vervallen. Bij de commentatoren van BHÂSKARA treft men sporen aan van eene Meetkunde in Griekschen zin. Daar vindt men onder anderen het bewijs voor het theorema van PYTHAGORAS door gelijkvormigheid van rechthoekige driehoeken, zooals het nu in de leerboeken gewoonlijk voorkomt.

Op de meetkundige hoofdstukken van BHÂSKARA volgen er nog twee over toegepaste meetkunde, die eigenlijk niets bevatten, dat de vermelding waard is, en het laatst komt een hoofdstuk over permutatiën, dat de regels bevat voor de gewone permutatiën, voor die, waarbij gelijke elementen voorkomen, en voor het vinden van de som van alle getallen, die met gegeven cijfers geschreven kunnen worden. Dit alles is natuurlijk volkomen juist. Nog een hoofdstuk gaat aan dit laatste vooraf, maar dit behoort in de Algebra thuis, en wordt dan ook in de *Vija gaṇita* of Algebra nagenoeg woordelijk herhaald.

Overgaande tot het geven van eene beknopte beschrijving van de Indische Algebra; wensch ik weer den inhoud van het werk van BHÂSKARA tot leiddraad te nemen. Het Algebraisch schrift der Hindus verschilt aanmerkelijk van het onze. Voor geen der hoofdbewerkingen bestaat een teeken behalve voor de aftrekking. Deze wordt aangewezen door een stip boven den aftrekker, welk teeken tevens dient om op zich zelf staande negatieve getallen aan te duiden. De optelling wordt aangeduid door de termen naast elkander te plaatsen; de vermenigvuldiging wordt steeds met woorden omschreven, en de deeling wordt aangewezen door den deeler onder het deeltal te plaatsen, maar zonder streep. Ook de twee leden eener vergelijking worden onder elkaar geschreven, zoodat steeds de gelijksoortige termen onder elkaar staan. Komt een term in het eene lid voor, die in het andere ontbreekt, dan wordt die in dat laatste met den coefficient 0 geschreven. De coefficienten staan achter de onbekende grootheden, waarbij zij behooren, en ook de coefficient 1 wordt nimmer weggelaten. De machten worden aangeduid door de verkortingen van de woorden voor kwadraat, en kubus, afzonderlijk of gecombineerd, voor het getal te plaatsen; evenzoo de wortels. Het produckt van twee onbekenden wordt aangewezen door het verkorte woord voor produckt en daar achter de symbolen voor de onbekenden. Bekende getallen of grootheden worden nimmer door symbolen voorgesteld. De eerste onbekende heet *yâvat-tâvat*, hetwelk beteekent *zoo veel als*, en wordt door de eerste lettergreep van het eerste woord, *ya* voorgesteld. De verdere onbekenden worden altijd met de namen der kleuren genoemd, steeds in dezelfde volgorde, zwart, blauw, geel, rood enz. Ook voor de bekende getallen wordt het woord geplaatst, dat absoluut getal beteekent, zoodat alle getallen in eene vergelijking steeds als coefficienten voorkomen. Al die namen worden tot de twee eerste letters afgekort. Enkele malen worden ook letters, steeds consonanten gebruikt om onbekende grootheden voor te stellen. Het negatieve teeken wordt steeds boven den coefficient, nooit boven het symbool geplaatst. In het werken met negatieve getallen en termen zijn de Hindus volkomen te huis, waardoor bij hen het omslachtig onderscheiden van allerlei gevallen, zooals bij de Arabieren plaats heeft, geheel overbodig is. Het algebraïsch teekenschrift is bij BRAHMAGUPTA en BHÂSKARA volkomen hetzelfde. Bij ÂRYABHATA komt het niet voor. Hij geeft de regels enkel in woorden maar het is niet denkbaar, dat hij het niet zou gekend hebben. Zijne regels maken den indruk vertalingen te zijn van de formulen, die hij voor zich had, en konden zeker onmogelijk zonder behulp van Algebra gevonden worden. Er is echter eene plaats, die er op wijst, dat de namen voor de onbekenden in zijn tijd nog niet zoo onveranderlijk vast stonden als later.

Het eerste hoofdstuk van de *Vija ganita* bevat de regels voor de vier hoofdbewerkingen en machtverheffing en worteltrekking met positieve en negatieve getallen, alles volmaakt zoo als wij die kennen, echter wordt over geen andere dan tweede machten en tweede-machtswortels gesproken. Vervolgens komen regels voor de bewerkingen met 0, dan die voor de bewerkingen met onbekende grootheden geheel overeenkomende met onze regels voor lettergrootheden, en eindelijk de behandeling van wortelvormen. Ook deze laatste, die zich alweer tot tweedemachtswortels bepalen, konden uit onze leerboeken na verandering der notatie zijn overgenomen. Voor de deeling door een veeltermigen wortelvorm b. v. wordt voorgeschreven, het quotient in de gedaante van eene breuk te schrijven, en dan met behulp der zoogenaamde merkwaardige producten de wortels uit den noemer te verdrijven. Op een punt is Bhâskara uitvoeriger dan onze leerboeken gewoonlijk zijn: bij het zoeken van wortels uit veeltermige wortelvormen, waarbij onze leerboeken zich in den regel tot tweetermige vormen bepalen, behandelt hij ook de meertermige vormen, en wel op zeer elegante wijze. Alleen de optelling en aftrekking van gelijksoortige wortelvormen wordt ietwat omslachtig, door dat nooit een coefficient buiten het wortelteeken geplaatst wordt.

Het tweede en derde hoofdstuk leggen van de bekwaamheid der Indische rekenaars een schitterend getuigenis af. Het tweede hoofdstuk bevat de oplossing der onbepaalde vergelijkingen van den eersten graad met twee onbekenden, zoo volledig en met alle mogelijke bekortingen en opmerkingen toegerust, dat wij er nu nog weinig of niets aan zouden kunnen toevoegen. Noch de Grieken, noch de Arabieren zijn met deze zaken bekend geweest, en deze tak der Algebra is eerst in de zeventiende eeuw door Bachet de Meziriac weer in het leven geroepen.

Nog hooger staat het volgende hoofdstuk, dat de oplossing bevat van eene bijzondere soort van onbepaalde vergelijkingen van den tweeden graad. Zelfs Euler, die van dezen tak der Algebra veel werk heeft gemaakt, had daarin het standpunt der Indiërs nog niet bereikt. Het verdient opmerking, dat in deze twee hoofdstukken geen Algebraisch teekenschrift wordt gebruikt: de op te lossen vergelijkingen zoowel als de oplossingen worden in woorden gegeven. Alles wijst op een hoogen ouderdom van den inhoud van het tweede hoofdstuk, waarvan trouwens door de Indiërs in hunne eigenaardige Astronomie een veelvuldig gebruik werd gemaakt. Het derde hoofdstuk is wat het schoonste gedeelte betreft waarschijnlijk van latere dagteekening, daar dit bij Brahmagupta niet voorkomt. Het heeft van al hetgeen de Indische Algebra bevat de meeste overeenkomst met de Grieksche Algebra, en, ofschoon het veel hooger staat, is het mogelijk, dat de aanleiding tot deze onderzoekingen in een kennismaking met de Grieksche bronnen heeft bestaan.

Het vierde hoofdstuk heeft tot onderwerp de vergelijkingen van den eersten graad met eene onbekende, het bevat eene menigte vraagstukken, waaronder vele, die ook in de Rekenkunde voorkomen. Een paar voorbeelden.

De acht robijnen, tien smaragden en honderd paarlen, die in uwen oorring zijn, mijne liefste, heb ik voor U gekocht voor dezelfde som. De prijs van een van ieder der drie soorten van steenen te zamen was drie minder dan de helft van honderd. Zeg mij, vernuftig meisje, wat was de prijs van iederen steen, indien gij bedreven zijt in deze berekening?

Een tweeëndertig voet hooge bamboes is door de kracht van den wind geknakt, waardoor de top 16 voet ver van den wortel op den bodem komt. Zeg mij Mathematicus, hoe ver van den voet is het geknakt.

Het vijfde hoofdstuk der *Vija gaṇita* handelt over vergelijkingen van den tweeden graad, en over de zoodanige, die hoewel van hoogeren graad zijnde op dezelfde wijze kunnen worden opgelost. De wijze van behandeling komt weer geheel met de onze overeen. De twee wortels worden alleen als zoodanig erkend, wanneer zij beide positief zijn. Absoluut negatieve getallen als uitkomsten worden door Bhâskara nergens erkend, ofschoon zij in den loop der bewerkingen volstrekt niet worden vermeden. Een veelterm, die positieve en negatieve termen bevat, wordt dikwijls, en zelfs bij voorkeur, met een negatieven term in het begin geschreven. Âryabhaṭa is ook met negatieve uitkomsten vertrouwd. Hij geeft in zijn eigenaardigen beknopten vorm, maar toch, voor wie er mede vertrouwd is, volkomen duidelijk eene discussie van het bekende vraagstuk der twee couriers, die elkander tegemoet of elkander nagezonden worden. Hij beschouwd dit als twee gevallen van hetzelfde vraagstuk, en verklaart eene negatieve uitkomst voor den tijd van ontmoeting, als op het verledene betrekking hebbende. De vergelijkingen van hoogeren graad die in dit hoofdstuk van Bhâskara voorkomen, worden door soms zeer vernuftige kunstgrepen opgelost. Hij merkt dan ook hier en elders herhaaldelijk op, dat het oplossen van vraagstukken in de Algebra niet geheel onder regels gebracht kan worden, maar dat het gedeeltelijk aan de scherpzinnigheid van den oplosser moet worden overgelaten. In zijn eigenaardigen stijl drukt hij dit uit door te zeggen: Rekenkunde is de regel van drieën, maar Algebra is scherpzinnigheid. Voorbeelden van de vraagstukken hier voorkomende zijn:

De wortel uit de helft van het getal van een zwerm bijen begaf zich naar een jasmijnstruik en $^8/_9$ van den geheelen zwerm volgde dit voorbeeld, maar een wijfje bleef gonzen tegen een mannetje, dat zat te brommen in een lotusbloem. Zeg mij, lief meisje, het aantal der bijen.

De zoon van PRITHÂ, woedend in het gevecht, schoot een koker vol pijlen af om KARṆA te verslaan. Met de helft van zijn pijlen weerde hij die van zijn vijand af. Met viermaal den wortel uit zijn koker vol doodde hij diens paard, met zes pijlen versloeg hij SALYA, met drie vernielde hij zonnescherm, standaard en boog, en met één schoot hij het hoofd zijns vijands af. Hoeveel pijlen zond ARJUNA af?

Een vraagstuk waarop twee antwoorden zijn is dit:

Het achtste deel van een troep apen in het kwadraat sprong over een greppel, en vermaakte zich zeer met dat spel, twaalf werden er gezien op den heuvel tegen elkaar snaterend. Hoeveel waren er in het geheel? Antw. 16 of 48.

Dit zelfde hoofdstuk bevat ook meetkunstige bewijzen voor de eenvoudigste zoogenaamde merkwaardige producten.

Het zesde hoofdstuk bevat de vergelijkingen met meer dan eene onbekende. Wanneer het aantal vergelijkingen meer dan een bedraagt, worden zoolang onbekenden geëlimineerd tot er slechts eene vergelijking overblijft. De methode, die hierbij gevolgd wordt, is die, welke bij ons bekend staat onder den naam van de methode van gelijkstelling. Uit al de vergelijkingen wordt dezelfde onbekende opgelost en door de verkregen waarden aan elkaar gelijk te stellen, ontstaat eene vergelijking minder dan er aanvankelijk waren, en dit wordt herhaald, totdat er slechts eene vergelijking overblijft. Bevat nu de overblijvende vergelijking eene onbekende, wat natuurlijk het geval zal zijn, als er evenveel vergelijkingen als onbekenden waren, dan wordt daaruit die onbekende gevonden, en de overige onbekenden door substitutie in de vroeger gevonden vormen. Blijven er ten slotte meer dan eene onbekende over, dan is het vraagstuk onbepaald. Is het aantal onbekenden twee, dan wordt de overblijvende vergelijking volgens de vroeger beschreven methode in geheele getallen opgelost, en wel op algemeene wijze, zoodat hetzelfde proces na iedere substitutie gewoonlijk herhaald moet worden, waardoor dan ook de meest algemeene oplossing van het gestelde vraagstuk in geheele getallen gevonden is. Is het aantal overblijvende onbekenden grooter dan twee, dan worden er voor eenige willekeurige waarden aangenomen, zoodat er twee overblijven en deze worden op de zooeven beschreven wijze bepaald. De vraagstukken, die als voorbeelden worden gegeven, zijn bijna alle onbepaald.

Een bepaald vraagstuk is het volgende.

Iemand zegt geef mij honderd, en ik zal twee maal zoo rijk zijn als gij, de ander antwoordt, geef mij tien, en ik ben zes maal zoo rijk als gij: Hoeveel bezit ieder.

Van de onbepaalde moge het volgende tot voorbeeld dienen. Vijf duiven kan men koopen voor drie drachma's, zeven kraanvogels voor vijf, negen ganzen voor zeven en drie pauwen voor negen. Breng honderd van deze vogels voor honderd drachma's, tot een geschenk voor den vorst. Dit vraagstuk laat een groot aantal antwoorden toe, waarvan er hier verscheidene gegeven worden.

Het zevende hoofdstuk is eene verzameling van onbepaalde vraagstukken van den tweeden en hoogeren graad, die bijna alle afzonderlijke kunstgrepen vereischen om opgelost te worden; er zijn zeer moeielijke onder, en wanneer de algemeene oplossing werd verlangd, zouden zij ook voor ons voor een groot deel niet op te lossen zijn, en zelfs, wanneer men zich met het vinden van eenige oplossingen tevreden stelt, zoo als Bhâskara doet, is nog voor vele eene groote mate van scherpzinnigheid noodig. Het zijn zonder uitzondering getallenopgaven. Een enkel voorbeeld kan volstaan.

Noem mij, edel en schrander mathematicus, twee getallen, behalve zes en zeven, zoodat hun som en hun verschil ieder met drie vermeerderd een kwadraat geven, dat de som van hun kwadraten verminderd met vier, en het verschil van hun kwadraten vermeerderd met twaalf eveneens kwadraten zijn, en dat het halve product vermeerderd met het kleinste getal eene derdemacht zij, terwijl de som van al deze wortels vermeerderd met twee weer een vierkant is.

Als men de oplossing van dit vraagstuk leest, krijgt men eerst den indruk alsof het slechts raden was, maar bij nader inzien blijkt dit volstrekt niet het geval te wezen. Met weinig moeite wordt het antwoord, 246 en 15127, gevonden, en op dezelfde wijze kan men even gemakkelijk andere antwoorden vinden.

Het achtste hoofdstuk is kort. Het handelt over vergelijkingen, waarin producten van onbekenden voorkomen. Voor het algemeene geval wordt als regel gegeven, dat men aan alle onbekenden op eene na willekeurige waarde geeft, en dan die eene oplost. Maar eene zeer fraaie oplossing behelst het voor het geval, dat twee onbekenden voorkomen ieder op zich zelf en met elkaar vermenigvuldigd. De gegeven regel wordt bewezen op twee manieren, meetkunstig en algebraïsch. Het negende hoofdstuk is een soort van slotwoord, waarop ik straks hoop terug te komen.

Om het gezegde tot een volledig overzicht van de Indische Wiskunde te maken, moet ik er nog enkele woorden aan toevoegen over hun Trigonometrie. Om twee redenen laat zich verwachten, dat zij daarin niet onbedreven geweest zullen zijn. Vooreerst kwam hun die tak der Wiskunde zeer te pas bij hunne Astronomie, en ten tweede is de Trigonometrie uit haren aard juist zulk eene rekenkunstige Meetkunde als geheel met hunne opvatting overeenkwam. Werkelijk hebben zij dan ook de praktijk der Trigonometrie zoover gebracht als voor hunne Astronomie voldoende was, en dit moest hun te gemakkelijker vallen, daar zij het gelukkig denkbeeld hadden gehad, om met de sinus, cosinus en sinus versus te rekenen en niet zooals de Grieken met de koorden. De sinustafelen der Indiërs waren niet buitengewoon nauwkeurig, zij bevatten de sinussen van alle bogen van $3^3/_4$ tot $3^3/_4$ graad uitgedrukt in eenheden gelijk aan de lengte van een boog van eene minuut, waarvan de breuken verwaarloosd werden; deze onnauwkeurigheid schaadde echter niet veel, daar ook hunne waarnemingen geen hoogen graad van nauwkeurigheid bezaten. Bij de berekening van hun sinustafel maakten zij gebruik van de bekende betrekking tusschen de sinus van den halven en de cosinus van den geheelen boog, en ook van eene benaderde formule, die in de practijk zeer geschikt en voldoende nauwkeurig was. Waarschijnlijk was deze langs empirischen weg gevonden.

En welk verband bestaat er nu tusschen de Wiskunde der Indiërs en die der Arabieren en Grieken? Vergunt mij U met deze vraag nog eenige oogenblikken bezig te houden.

Evenmin als bij de Indiërs eene eigenlijke Meetkunde, heeft bij de Grieken eene eigenlijke Rekenkunde ooit bestaan. De Rekenkunde, vooral die der onmeetbare getallen, is bij hen een onderdeel der Meetkunde. Buitendien hebben de Pythagoreërs zich beziggehouden met iets, dat wij tot de getallentheorie zouden rekenen, met het doel zekere mystische eigenschappen der getallen op te sporen, maar als wij hetgeen bij Nicomachus voorkomt als het resultaat van eene zevenhonderdjarige studie in die school mogen beschouwen, dan is dit resultaat al bijzonder mager. De Rekenkunde der Indiërs is hun onbetwistbaar eigendom, en geen volk kon het ook met mogelijkheid zoo ver brengen als zij, dat niet met hen het voordeel gemeen had, van hunne voortreffelijke schrijfwijze der getallen.

Van de ons overgeleverde Grieksche geschriften is er slechts één, de Arithmetica van Diophantos, dat over Algebra handelt, en met eenigen goeden wil kan men spreken van sporen van zulk eene wetenschap bij zijne voorgangers. Kunnen in deze wetenschap de Grieken misschien de leermeesters der Indiërs geweest zijn? Diophantos heeft voor Âryabhaṭa geleefd: hij leefde in de vierde eeuw. Bij zeer veel verschil tusschen de Algebra van Diophantos en die van Bramagupta en die van Âryabhaṭa bestaat er genoeg overeenkomst om aan eenig verband te doen denken, maar de leerlingen zouden dan den leermeester in korten tijd zeer ver boven het hoofd gegroeid zijn. Van de geheele fraaie onbepaalde Analyse van den eersten graad, die bij de Indiërs schering en inslag van alles is, is bij Diophantos niets bekend, en hij kon er zich ook onmogelijk om bekommeren, daar hij nooit geheele getallen, slechts rationeele positieve getallen als antwoorden verlangt. Van bepaalde vergelijkingen met meer dan eene onbekende is bij hem niets te ontdekken. De vraagstukken, die tot zulke vergelijkingen aanleiding zouden geven, lost hij op door alle onbekenden eerst in eene enkele uit te drukken. Zijne onbepaalde analyse van den tweeden graad is eene reeks van op zich zelf staande onderzoekingen, waaronder vele van groot vernuft getuigen, maar tot algemeene methoden brengt hij het niet. De oplossing der volledige tweede-machtsvergelijkingen schijnt hij te kennen, maar vermijdt die altijd door de keus van zijne onbekenden. Men ziet, waarschijnlijk is het dus niet, dat de Indische Algebra aan DIOPHANTOS of zijn voorgangers ontleend zou zijn. Maar vooral de afgeronde, om zoo te zeggen klassieke vorm van de voornaamste deelen der Indische algebra wijst op een tamelijk hoogen ouderdom.

Kan DIOPHANTOS misschien niet omgekeerd de leerling der Indiërs geweest zijn? Zeker niet in dien zin, dat wat wij van hem hebben, direct aan de Hindu's is ontleend, of dat hij met den inhoud hunner wetenschap bekend is geweest. Maar DIOPHANTOS leefde in Alexandrië, destijds de wereldstad bij uitnemendheid. Het is niet denkbaar, dat niet iets van de Indische wetenschap tot daar zou zijn doorgedrongen. Het is dus verre van onwaarschijnlijk, dat hij eenige noties heeft gehad van wat de Indische Algebra eigenlijk was, en waarmede zij zich bezig hield, en, zooals ik reeds gezegd heb, er bestaat genoeg overeenkomst om aan een dergelijk verband te doen gelooven.

En nu de Arabieren. Zij kunnen zeker geen aanspraak maken op den roem aan Indië tot leermeesters gestrekt te hebben. Hunne wetenschappelijke ontwikkeling dagteekent van na hunne politieke verheffing. Maar van wie hebben zij de eerste lessen in de wiskundige wetenschappen ontvangen? In de Meetkunde zonder twijfel van de Grieken, maar in de Rekenkunde en Algebra en ook in de Trigonometrie zijn bijna even zeker de Indiërs hunne leermeesters geweest. Van hen toch hebben zij hun Astronomie, van hen de schrijfwijze der getallen overgenomen.

De oudst bekende Arabische schrijver over Algebra, Mohammed Ben Musa is tevens de vervaardiger van Astronomische geschriften en tafelen, die hij aan de Indiërs ontleende. Het is waar, dat hij daarbij ook den arbeid van Grieksche astronomen raadpleegde. Maar waar hij dus noodzakelijk met de Indische Algebra moet hebben kennis gemaakt, die uitsluitend in de Astronomische geschriften der Indiërs wordt behandeld, terwijl het twijfelachtig is of hij Diophantos gekend heeft, die bovendien op een veel lageren trap stond, mogen wij gerust aannemen, dat hij zijne Algebra aan Indie verschuldigd is. Schijnbaar pleit hiertegen wel het groote verschil in vorm van de Arabische en Indische Algebra, maar dit is evenzeer het geval bij de Arabieren en Grieken, en aan eene zelfstandige schepping der Arabieren valt hier zeker in het geheel niet te denken. Dit onderscheid laat zich mijns inziens het beste verklaren, daardoor dat Mohammed ben Musa niet direkt aan de Indiërs ontleende, wier taal hij misschien wel niet zal hebben verstaan, maar aan de Persen of aan een der andere tusschenwonende volken, die de Indische werken, zooals wij weten, vertaalden en navolgden, waarschijnlijk wel niet zonder er uit weg te laten, wat hun geen belang inboezemde. Bovendien zijn de Indische geschriften, vooral ten gevolge van den poëtischen vorm, zeer duister. Voor ons, die volkomen op de hoogte der behandelde zaken zijn; is het zelfs niet altijd gemakkelijk de bedoeling te begrijpen, en voor den Arabier, die zijne

Algebra uit zulke werken nog moest leeren, moet dit zeer moeielijk geweest zijn, en het is waarlijk niet te verwonderen, dat hij het grootste gedeelte volstrekt niet begreep. Zoo laat het zich ook verklaren, dat de Arabische Algebra nooit de hoogte der Indische heeft bereikt.

Er is echter ook in de Algebra van MOHAMMED BEN MUSA wel iets van Griekschen invloed te bespeuren, waarschijnlijk doordat die reeds op zijne voorgangers zelve had gewerkt. Hij vergenoegt zich niet met de regels mede te deelen, maar geeft ook bewijzen en wel steeds meetkunstige, een verschijnsel, dat wij ook eenigermate bij BHÂSKARA, den lateren Indischen schrijver, en in veel hoogere mate bij zijn commentatoren opmerkten.

Hier zien wij de eerste sporen van een proces, dat zich eerst bij de Arabieren en later in Europa tot grooten zegen voor de Wetenschap heeft voortgezet, de vereeniging, de vermenging mag ik het wel noemen van de meetkundige en de algebraische richting der Wiskunde, het huwelijk van Indische scherpzinnigheid en Grieksch vernuft, waarvan de tegenwoordige Wetenschap de vrucht is. Nu eens langzaam en onmerkbaar, dan weer met groote sprongen, gaat dit versmeltingsproces voort. Zulk een sprong was de uitvinding van DESCARTES, waardoor de toepassing der Algebra op de Meetkunde zulk eene verbazende uitbreiding onderging. Zulk een sprong was ook de toepassing van meetkundige beschouwingen op de nieuwere theorie der functien, vooral sedert de schoone scheppingen van RIEMANN. Geen boek over de hoogere deelen der Algebra, meer in het bijzonder over de leer der functien kan men ter hand nemen, of men waant zich hier en daar op het gebied der zuivere Meetkunde verdwaald. In de analytische Meetkunde, wier karakter hoofdzakelijk algebraisch is, en in de nieuwere Meetkunde, die ofschoon zij niet geheel buiten algebraischen invloed heeft kunnen blijven haar meetkundigen aard niet verloochent, treft men geheele redeneeringen aan, die uit de eene in de andere kunnen worden overgebracht, zonder dat zij ophouden op hare plaats te zijn. De termen nu eens aan de leer der uitgebreidheden, dan aan die der grootheden in het algemeen ontleend, hebben dikwijls een dubbelen zin, en door nu den eenen dan den anderen er aan toe te kennen, wordt door eene zelfde redêneering nu eene eigenschap eener functie, dan eene eigenschap eener figuur bewezen.

Nu reeds is de grens tusschen de beide hoofddeelen der Wiskunde nergens aan te wijzen, en meer en meer zullen beide in elkander vloeien, al maakt ook voorloopig de omvang, die beide hebben aangenomen, eene splitsing noodzakelijk. Meer en meer zal de getrokken grens kunstmatig moeten worden en het is mijne vaste overtuiging, dat men eenmaal een anderen grondslag voor verdeeling zal moeten aannemen. Wellicht zal, als uit deze tweeheid weer eene volkomen eenheid is ontstaan, en daardoor vele waarheden, die nu nog op zich zelf staan, tot eene enkele hoogere waarheid zullen zijn samengegroeid, weer een enkel brein het geheel kunnen omvatten. Ons tot dien toestand nader te voeren is de taak dier genieën, die van tijd tot tijd opstaan om opperste bouwmeesters te zijn, bij het optrekken van het gebouw der wetenschap. Die taak wordt hoe langer hoe moeielijker, naarmate steeds meer arbeiders bouwstoffen aandragen en opstapelen, maar de geschiedenis der Wiskunde leert, misschien duidelijker dan die van eenige andere Wetenschap, dat waar de behoefte aan een leidend genie ontstaat, die behoefte nooit lang onvervuld blijft.

EDELGROOTACHTBARE HEEREN CURATOREN!

Dat de ideaaltoestand, waarop ik zooeven doelde, nog niet is bereikt, hebt ook Gij getoond in te zien, met de door mijn geachten en betreurden Voorganger ledig gelaten plaats niet onbezet te laten. Het is niet aan mij om te beslissen, of Gij in mij den rechten man gevonden hebt, om die plaats in te nemen, maar ik dank U voor het vertrouwen in mij betoond. Als goede wil voldoende is om mij dat vertrouwen waardig te maken, dan zal het niet misplaatst zijn, maar niet zonder schroom treed ik voorwaarts om de op zoo treurige wijze verbroken rij te herstellen.

De wetenschap die ik hier te vertegenwoordigen, niet enkel te onderwijzen heb, is in vergelijking van hare naaste verwanten, zeer bescheiden in de eischen, die zij stelt aan Uwe stoffelijke ondersteuning, maar Uw zedelijken steun kan ik niet ontberen, wilt mij die schenken; ik vlei mij U dit te mogen vragen in het belang der Universiteit aan Uwe zorgen toevertrouwd.

HOOGGELEERDE HEEREN PROFESSOREN. ZEER GEACHTE AMBTGENOOTEN!

Geene ijdele woorden waren het, toen ik daareven zeide, dat ik slechts met schroom in Uwe rijen treedt. Niet de titel, dien ik heden aanvaard, niet het gewaad, dat ik thans voor het eerst draag, kan mij tot Uws gelijken maken. Veel studie, veel inspanning, veel volharding, veel toewijding zal mij misschien eenmaal zoo ver brengen, dat ik mij onder U te huis gevoel. Maar daarvoor is mij uw bijstand met raad en daad en iets van Uwe vriendschap onontbeerlijk. Ik gevoel, dat het U iets moet kosten mij Uw vriendschap op dit oogenblik toe te zeggen, al wijt Gij het niet aan mij, dat deze plechtigheid U aan verscheurde vriendschapsbanden herinneren moet. Het is mij thans niet mogelijk in Uwen kring het geleden verlies geheel te vergoeden, maar het zal mijn ernstig streven zijn dit meer en meer te kunnen.

Bijstand met raad en daad en als het kan iets van Uwe vriendschap, dat vraag ik in de eerste plaats aan U HoogGeleerde Enschedé. Ik heb reden om te gelooven dat Gij voor vijftien jaar bij mij als student eenigen aanleg hebt meenen op te merken. Heb ik tot nog toe misschien aan Uwe verwachting niet beantwoord, het denkbeeld, zij het ook indirect, Uw opvolger te zijn, zal mij een prikkel te meer wezen om al mijne krachten in te spannen, ten einde Uwe verwachting ten slotte niet te beschamen.

Ook waar eene belangrijke Academische inrichting aan uwe zorgen is toevertrouwd, kan mij Uwe hulp, die ik ook daar zeker niet te vergeefs inroep, zeer te stade komen.

HoogGeleerde Schoute! Wanneer mijne voorspelling van zooeven juist was, dat de twee richtingen, die wij hier zullen vertegenwoordigen, meer en meer zullen ineenvloeien, dan zal het meer en meer noodzakelijk worden, dat wij door samenwerking onze krachten versterken. Ik weet, dat de ruil zeer ongelijk zal zijn, maar ik weet ook, dat dit U niet zal verhinderen tot samenwerken bereid te wezen. Reeds eenmaal als kweekelingen eener zelfde Academie, hebben wij, zij het ook korten tijd, aan onze eigene vorming te zamen gearbeid; laat ons het afgebroken werk weer opvatten, het zal stellig ten goede komen aan onze gemeenschappelijke taak, die door geen wet te scheiden is. Gun mij daarbij bij voortduring Uwe vriendschap, ik zeg U de mijne toe.

Slechts met Uwen steun gevoel ik mij in staat, den tak der Wiskunde mij opgedragen zoo te vertegenwoordigen, dat het heden niet al te zeer bij het verledene afsteekt. Ik besef al het gewicht van de verantwoordelijkheid geroepen te zijn RINK te vervangen. Veel wordt in hem voor het Academisch onderwijs verloren. getuigen de gehechtheid zijner leerlingen en de vriendschap zijner Ambtgenooten, en zijne wetenschappelijke arbeid gaf het recht ook in dat opzicht nog veel van hem in de toekomst te verwachten.

Ook waar zijne plaats hier en elders weer is ingenomen, zal nog lang de herinnering blijven voortleven aan zijne wetenschappelijke verdiensten en zijn open oog voor Maatschappelijke belangen.

WELEDELE HEEREN STUDENTEN AAN DEZE UNIVERSITEIT.

Slechts met weinigen Uwer zal ik door mijne betrekking in officiëele aanraking komen, maar toch is er van nu af aan een band, die mij met U allen verbind, en die band is de Groninger Academie. Gij zult het niet wraken, gij zult het begrijpen, als ik zeg, dat zij nu nog niet in mijn hart de eerste plaats inneemt, dat de Alma Mater, waaraan ik mijne vorming verschuldigd ben, daar nu nog op den voorgrond staat, maar ik ben er van overtuigd, dat dit anders worden zal, en niets zal daartoe meer bijdragen, dan bij U, Mijne Heeren! te mogen opmerken dien levenslust en die weetgierigheid, wederkeerig door elkaar ondersteund, en door elkaar binnen de juiste perken gehouden, die het kenmerk vormen van den waren student.

Studenten in de Wis- en Natuurkunde.

Niet om U als geblinddoekten te leiden langs de paden der wetenschap ben ik tot U gekomen, maar om nu en dan een steen weg te wentelen, die U het voortgaan belet, of een te dicht bebladerden tak op zij te buigen, die U het vrije uitzicht zou benemen, dat gij noodig hebt om zelf den weg te kunnen kiezen. Mogen mijne krachten daartoe nimmer te kort schieten.

Ik wensch mijne toespraak tot U te besluiten met de woorden, waarmede Bhâskara zijne Algebra eindigt: »De wijde Oceaan der wetenschap is moeielijk te bevaren voor menschen van zwak verstand, maar aan den anderen kant, de schrandere heeft geen behoefte aan veel onderwijs. Een sprankje van onderricht brengt de Wetenschap in een helder brein, en daar eenmaal gekomen, verspreidt zij zich uit zich zelf. Gelijk olie op het water, gelijk een geheim toevertrouwd aan een onwaardige; gelijk een aalmoes aan den brave besteed, zoo verbreidt zich de kennis uitgestort over een verstandigen geest door eigen inwendige kracht."

Ik heb gezegd.